REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

FUNÇÃO EXPONENCIAL: uma análise de tarefas presentes em livros didáticos de matemática[1]

FUNCIÓN EXPONENCIAL: un análisis de tareas presentes en libros de texto de matemáticas

EXPONENTIAL FUNCTION: an analysis of tasks found in mathematics textbooks

Rodrigo dos Santos Ferreira[2]
André Pereira da Costa[3]

Resumo
Este estudo teve como objetivo investigar as tarefas matemáticas dos capítulos sobre função exponencial de três livros didáticos do 1º ano do Ensino Médio de coleções distintas, selecionados no atual PNLD (2016 – 2020) e adotados por escolas públicas da cidade de Barreiras – BA. Para realizar essa análise, baseamo-nos na classificação de tarefas, de João Pedro da Ponte, e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval. Esta é, portanto, uma pesquisa exploratória, quanto aos seus aspectos metodológicos, e documental, quanto aos procedimentos. Como principais resultados, constatamos uma forte tendência dos livros didáticos em propor tarefas de estrutura fechada, principalmente atrelados a objetivos de fixação e repetição, além de problemas vinculados às aplicações da função exponencial, uma constante nas três obras. Verificamos também uma priorização pela representação algébrica, além de uma quantidade significativa de tarefas que exigiam transição entre registros com o privilégio por sentidos congruentes. Notamos que todas as tarefas são de estrutura fechada, sendo a maioria sobre problemas e a necessidade de o professor não restringir seu trabalho ao livro didático, fazendo deste um importante, mas não único, aporte. Acerca do ensino de função exponencial na educação básica, recomendamos que este processo ocorra por meio de abordagem de tarefas matemáticas distintas e que explorem diversos registros de representação semiótica. Além disso, a prática avaliativa deve levar em conta o fenômeno da congruência como elemento a ser considerado no processo de aprendizagem dos estudantes.

Palavras-chave: Função exponencial. Tarefas matemáticas. Representações semióticas.

---

[1] Este artigo compõe a dissertação de mestrado defendida no Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT) da Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB), organizada em formato multipaper, escrita pelo primeiro autor e orientada pelo segundo autor.

[2] Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB). Professor da Universidade do Estado da Bahia (UNEB). Departamento de Ciências Humanas (DCH). Barreiras. Bahia. Brasil. rodrigoferreira@uneb.br

[3] Doutor em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Professor da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Unidade Acadêmica de Ciências Exatas e da Natureza (UACEN)/Centro de Formação de Professores (CFP). Cajazeiras. Paraíba. Brasil. andre.pcosta@outlook.com

Como referenciar este artigo:
FERREIRA, Rodrigo dos Santos; PEREIRA DA COSTA, André. FUNÇÃO EXPONENCIAL: uma análise de tarefas presentes em livros didáticos de matemática. **Revista Pedagógica,** Chapecó, v. 26, e7945, 2024. DOI: http://dx.doi.org/10.22196/rp.v22i0.7945

UNO Universidade Comunitária da Região de Chapecó | PPGE Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Educação

Resumen
Este estudio tuvo como objetivo investigar las tareas matemáticas de los capítulos sobre función exponencial de tres libros de texto para el 1º año de enseñanza secundaria de diferentes colecciones seleccionadas en el actual PNLD (2016 – 2020), adoptado por las escuelas públicas de la ciudad de Barreiras – BA. Para realizar este análisis nos basamos en la clasificación de tareas de João Pedro da Ponte y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. Se trata, por tanto, de una investigación exploratoria, en cuanto a sus aspectos metodológicos, y documental, en cuanto a los procedimientos. Como principales resultados, encontramos una fuerte tendencia en los libros de texto a proponer tareas de estructura cerrada vinculadas principalmente a objetivos de fijación y repetición, además de problemas vinculados a las aplicaciones de la función exponencial, constante en los tres trabajos. También verificamos una priorización masiva para la representación algebraica, además de una mayoría de tareas que requerían transiciones entre registros con el privilegio de significados congruentes. Encontramos un acuerdo unánime en tareas con estructura cerrada, siendo la mayoría problemas y la necesidad del docente de no restringir su trabajo al libro de texto, siendo este un aporte importante, pero no el único. Respecto a la enseñanza de la función exponencial en educación básica, recomendamos que este proceso se dé a través de diferentes tareas matemáticas que exploren diferentes registros de representación semiótica. Además, la práctica de evaluación debe tener en cuenta el fenómeno de la congruencia como elemento a considerar en el aprendizaje de los estudiantes.

Palabras clave: Función exponencial. Tareas matemáticas. Representaciones semióticas.

Abstract
This study aimed to investigate the mathematical tasks in the chapters on exponential functions in three first-year high school textbooks from different collections selected in the current PNLD (2016–2020), adopted by public schools in the city of Barreiras, Bahia. To carry out this analysis, we based ourselves on João Pedro da Ponte's task classification and Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers (TRRS). This is, therefore, an exploratory research, regarding its methodological aspects, and documentary, regarding its procedures. As main results, we found a strong tendency of the textbooks to propose closed-structure tasks mainly linked to fixation and repetition objectives, in addition to problems linked to the applications of the exponential function, a constant in the three works. We also found a massive prioritization of algebraic representation, in addition to a majority of tasks that required transition between registers with the privilege of congruent meanings. We found a unanimous consensus that tasks with a closed structure were mostly problems, and that teachers should not restrict their work to the textbook, making this an important, but not the only, contribution. Regarding the teaching of exponential functions in basic education, we recommend that this process occur through the approach of different mathematical tasks that explore different registers of semiotic representation. In addition, assessment practices should take into account the phenomenon of congruence as an element to be considered in student learning.

Keywords: Exponential function. Mathematical tasks. Semiotic representations.

Introdução

A função exponencial é um objeto matemático presente na ementa curricular escolar do 1º ano do Ensino Médio brasileiro. Atualmente trata-se de um tema amplamente discutido no meio acadêmico/científico (Silva, 2016; Faria, Souza Junior e Cardoso, 2016; Sousa, Viali e Ramos, 2017; Goldini, 2019, Cardozo e Possamai, 2019; Ferreira e Pereira da Costa, 2021; 2024), sendo que uma das principais pautas de suas pesquisas é a dificuldade que muitos alunos apresentam no momento de aplicar e correlacionar as propriedades desse conceito (Moraes e Demartini, 2015; Silva, 2016).

Dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB (Brasil, 2019) indicam que apenas 0,07% dos estudantes do Ensino Médio no Brasil são capazes de determinar a expressão algébrica correspondente a uma função exponencial, a partir de dados fornecidos em texto ou gráfico. Na Bahia, o percentual de alunos que alcançam este mesmo nível de proficiência cai para 0,03%. Já na cidade de Barreiras - BA esse percentual é zerado, indicando uma situação mais preocupante.

Temos ainda a informação de que a função exponencial é, ao lado das funções afins e quadráticas, uma das operações mais empregadas em tarefas no Ensino Médio (Lima, 2013). Uma das justificativas para tal pode ser atribuída ao fato de este tipo de função ser um modelo de descrição de uma série de comportamentos de fenômenos naturais, como o decaimento radioativo, montante em juros compostos e divisão celular, muito presentes nos livros didáticos. Na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) é enfatizada como habilidade necessária para o Ensino Médio "resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros" (p. 536). Isso reforça, então, a relevância reconhecida documentalmente das aplicações em contexto de realidade da função exponencial.

No ensino de Matemática no Brasil, temos o livro didático é como um instrumento de trabalho intrínseco à vida escolar tanto do professor quanto do aluno. Alguns pesquisadores, como Junkerfeurbom e Klüber (2017), Ginez (2020) e Cunha (2020), propuseram-se analisar as tarefas apresentadas em livros didáticos de Matemática, com vistas em esmiuçar o que realmente podem despertar e instigar no aluno em termos aprendizagem e autonomia intelectual com base em sua estrutura,

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

nível de dificuldade e representações envolvidas (algébrica, gráfica etc.).

As reflexões produzidas nesses estudos são válidas ao se pensar sobre até que ponto o professor deve se apoiar somente no que o livro didático apresenta e se as tarefas apresentadas, da forma como aparecem e são propostas, são capazes de despertar interesse, desafio e, consequentemente, alguma evolução epistemológica nos estudantes.

São reflexões como essas que embasam nosso objetivo de investigar as tarefas matemáticas dos capítulos sobre função exponencial de três livros didáticos do 1º ano do Ensino Médio de coleções distintas, selecionados no atual PNLD (2016 – 2020)[4] por escolas públicas da cidade de Barreiras – BA. Para realizar tal análise, baseamo-nos na classificação de tarefas de Ponte (2005) e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2017). Assim, apresentaremos tabelas gerais e comparações feitas a partir dos livros e avaliaremos algumas tarefas específicas.

1 Tarefas matemáticas

Neste trabalho, embasamo-nos em estudos de Ponte (2005) sobre a classificação e as definições de tarefas matemáticas. O autor reitera a existência de diferentes tipos de tarefas que atendem demandas específicas, como as destinadas à avaliação e aquelas para análise de processos de pensamento e dificuldades particulares, as de investigação (Ponte, 2014; Ponte, et al, 2015).

Pesquisadores como Bonotto e Bisognin (2015), Santos (2020) e Cunha (2020) utilizaram os preceitos dos estudos de Ponte (2005) para propor intervenções e analisar livros didáticos de Matemática, ancorando - principalmente nas competências que uma tarefa se destina a desenvolver e nas capacidades individuais dos estudantes para tal.

Desta forma, uma tarefa é uma ferramenta de mediação no ensino e na aprendizagem de Matemática, que pode ser promissora para o desenvolvimento de certos conceitos e pode gerar diversas atividades, levando em conta o planejamento, a proposta, o ambiente de aprendizagem e as experiências anteriores dos estudantes (Ponte, 2005; 2014).

[4] A escolha por este período se justifica, pois era o PLND vigente na época em que a pesquisa foi realizada.

Para classificar os tipos de tarefa, o pesquisador português utiliza inicialmente dois critérios: o grau de desafio e a estrutura da tarefa. Entende-se por grau de desafio o nível de dificuldade que uma determinada tarefa pode representar para um estudante, que pode ser reduzido ou elevado. Já a estrutura remete à forma com a tarefa é apresentada. Se no enunciado são claras as informações e as orientações do que o aluno deve fazer, estamos diante de uma tarefa de estrutura fechada. Caso contrário, se o aluno tiver que coletar informações, conjecturar soluções, fazer inferências e testes ou pensar em diferentes caminhos para solução, que, por sua vez, pode não ser única (isto é, não há apenas uma resposta/solução possível para a tarefa), trata-se de uma tarefa de estrutura aberta.

Desta forma, temos quatro tipos de tarefas: os exercícios (estrutura fechada e desafio reduzido); os problemas (estrutura fechada e desafio elevado); as explorações (estrutura aberta e desafio reduzido) e as investigações (estrutura aberta e desafio elevado).

Mesmo com estas demarcações, quando se trata de intervenções didáticas em sala de aula na escola básica, a percepção dos estudantes deve ser levada em conta no momento de classificar uma tarefa. Suas experiências anteriores com certo assunto, por exemplo, colaboram diretamente para que uma tarefa seja para ele um problema (em vez de um exercício) ou uma investigação (em vez de uma exploração) (Ponte, 2005; 2014).

As tarefas de estrutura fechada são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados (Ponte, 2005). O professor deve ter sensibilidade didática e saber dosar o nível de dificuldade, para que não haja desestímulo dos estudantes pela impossibilidade de resolução (no excesso de problemas), mas também para que as tarefas não se resumam a exercícios simples ou mecânicos (por exemplo, "encontre os gráficos das funções algébricas nas letras de a à h abaixo"), de modo que isto leve à estagnação, sem que seja desenvolvida nenhuma competência nova.

Já as tarefas de cunho aberto são importantes para o desenvolvimento de autonomia e independência. Atribuem à aula de Matemática um caráter

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

experimental, permitindo que os estudantes, em vez de aplicarem direta e mecanicamente conceitos e propriedades prontas, descubram-nas e as validem em um processo no qual são ativos para tomar decisões e verificar suas respostas, tendo o professor como mediador (Ponte, 2014).

Tais investigações e explorações são como aquelas em que os alunos precisam fazer medições (encontrar um modelo algébrico que descreva a relação entre duas grandezas) ou analisar regularidades (como encontrar as regras que condicionam os divisores de um número inteiro).

Outras duas dimensões secundárias que Ponte (2005) usa para demarcar as tarefas são sua duração e o contexto. Uma tarefa pode ter duração curta (exercícios), média (problemas, explorações e investigações) e longa (projetos). Este último se caracteriza por permitir intervenções com diversos tipos de tarefas por um período maior, mas que é complexo de se aplicar (Ponte, 2005). Quanto ao contexto de uma tarefa, pode ser puramente matemático (quando se trabalha com definições e propriedades estritamente algébricas, por exemplo), ou estar centrado na realidade (quando se discute as funções como modelos de fenômenos naturais). Há ainda um nível intermediário, o da semi-realidade, no qual se encontram aquelas tarefas que, apesar de se situarem em contexto de realidade, acabam se tornando muito idealizadas (por exemplo, "uma criança lança um dado 35 vezes ...") (Skovsmose, 2000 *apud* Ponte, 2005).

2 Teoria dos registros de representação semiótica

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), idealizada e discutida por Duval (2018), parte da premissa de que a aprendizagem em Matemática está vinculada à dependência entre os objetos matemáticos (uma função, um quadrilátero, um logaritmo etc.) e suas múltiplas representações (Moretti, 2002). Tal dependência distingue a Matemática de outras áreas do conhecimento, como a biologia, a qual possui sistemas não semióticos, instrumentos (como o microscópio) que permitem o estudo direto de seus objetos que, por sua vez, são independentes de tais sistemas. Os objetos matemáticos, por sua vez, são ideias, abstrações, acessíveis apenas por meio de suas representações, seus sistemas semióticos (Duval, 2018).

Duval (2012c, 2018) estabelece que um objeto matemático não deve ser confundido com suas representações. Desta forma, um aluno não deve restringir sua concepção de função exponencial apenas à lei algébrica $f(x) = a^x$, considerando que há seu gráfico, sua representação tabular e a representação em língua natural (na forma de enunciados em tarefas, por exemplo).

A dependência entre os objetos matemáticos e suas representações, aliada ao fato de os estudantes não poderem confundi-los, gera o que Duval (2018) chama de paradoxo cognitivo. Nessa direção, a solução para este fenômeno está na necessidade de coordenação de ao menos dois registros de representação de um mesmo objeto matemático, para que se garanta que os estudantes não associem um objeto a uma representação específica e que eles consigam entender a relação existente entre tais representações.

Duval (2012c) afirma que um sistema semiótico deve permitir três atividades cognitivas para ser considerado um registro: a formação de uma representação identificável; o tratamento e a conversão. A formação de uma representação identificável ocorre quando o sistema semiótico é dotado de regras que permitem tanto seu reconhecimento quanto sua manipulação. É o caso das propriedades de comutação, associação e transitividade para a representação algébrica.

O tratamento é a manipulação, uma transformação interna de um registro, como encontrar as assíntotas e raízes de uma função algébrica. Isso pode ser feito sem necessidade de transitar para outra representação, o que seria, por sua vez, uma conversão. Essa última remete à mudança entre registros de representação de um mesmo objeto mantendo, total ou parcialmente, o conteúdo da representação inicial (Duval, 2012c).

Essa atividade de conversão não deve ser confundida com uma simples codificação mecânica, na qual o aluno só é capaz, por exemplo, de construir o gráfico de uma função se ela estiver em sua forma geral, representação por $f(x)$ e com coeficientes inteiros. O objetivo é que consiga, não apenas reconhecer e saber converter esta lei algébrica em qualquer forma, em que se apresente neste registro, como também deve compreender a correlação existente entre as unidades

ISSN 1984-1566 (on-line)

significantes das representações de partida e chegada, respectivamente (ou vice-versa) (Duval, 2012c).

Tais unidades significantes são variáveis próprias de cada sistema semiótico, como os coeficientes da representação algébrica de uma função e a concavidade de seu gráfico na representação geométrica. A relação entre estas variáveis em representações distintas evoca o que o pesquisador chama de fenômeno da congruência. Quando esta relação, a visualização e a transição entre as apresentações de partida e chegada em uma conversão é trivial, dizemos que houve congruência (como na construção do gráfico da exponencial com base em sua lei algébrica, usando a distribuição de pontos no plano cartesiano), caso contrário, afirmamos que não há congruência. Duval (2012c) elenca três critérios para que se possa medir a congruência entre dois registros em um processo de conversão, tal como no Quadro 1.

Quadro 1 – Critérios de congruência entre dois registros

CRITÉRIOS	CARACTERÍSTICAS
A possibilidade de uma correspondência "semântica" de elementos significantes	A cada unidade significante simples de uma das representações pode-se associar uma unidade elementar
A univocidade "semântica" terminal	A cada unidade significante elementar da representação de partida corresponde a uma única unidade significante elementar no registro da representação de chegada
A organização das unidades significantes	As organizações respectivas das unidades significantes de duas representações comparadas conduzem apreender as unidades em correspondência semântica, segundo a mesma ordem nas duas representações. Este critério de correspondência, na ordem do arranjamento das unidades que compõem cada uma das duas representações, é pertinente apenas quando estas apresentam o mesmo número de dimensão

Fonte: Duval (2012c, p. 283 – 284).

Neste sentido, há indícios de aprendizagem ao se conhecer e trabalhar com mais de uma representação de um mesmo objeto matemático, privilegiando as conversões não congruentes (como a transição do gráfico de uma função para sua lei algébrica). Dessa maneira, quando conveniente, o estudante poderá escolher trabalhar com uma representação que lhe seja mais prática e econômica em uma dada situação (como operar somas e produtos com números decimais, em vez de sua forma fracionária), tendo em mente que, mesmo após a mudança de registro,

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

permanece uma relação direta de implicação entre suas unidades significantes (Moretti, 2002; Duval, 2012c).

Desta forma, do ponto de vista do professor é possível ter evidências de aprendizagem ao constatar que o aluno é capaz de reconhecer e operar uma função exponencial em mais de um registro de representação, como o algébrico e o gráfico. Isso pode ser verificado observando sua capacidade de identificar a relação direta entre os coeficientes e as variáveis algébricas com o estado de monotonicidade, posição e inclinação do gráfico correspondente, sabendo quando é mais conveniente usar cada tipo de registro na situação didática vivenciada.

3 Aspectos metodológicos

Esta é uma pesquisa qualitativa do tipo exploratória, uma vez que é desenvolvida exclusivamente com base em materiais já elaborados (livros didáticos) dos quais os dados foram colhidos, criticados, confrontados e analisados (Gil, 2002).

Através do portal FNDE[5], acessamos o SIMAD[6], no qual é possível obter informações das coleções de livros didáticos adotadas por cada escola no Brasil de acordo com o PNLD[7] em vigor. Filtramos os livros de Matemática do 1º ano (nos quais é estudada a função exponencial de forma sistemática), selecionados pelas escolas públicas estaduais da cidade de Barreiras - Bahia. Ao todo, são 14 instituições que adotaram quatro coleções distintas, tal como no Quadro 2.

Quadro 2 – Distribuição de frequência das coleções adotadas pelas escolas públicas estaduais da cidade de Barreiras – BA

Livros	Autor	Código	Frequência absoluta
MATEMÁTICA, CIÊNCIA E APLICAÇÕES	IEZZI et al (2016)	LDCA	06
QUADRANTE MATEMÁTICA	CHAVANTE E PRESTES (2018)	LDQM	01
CONTATO MATEMÁTICA	SOUZA E GARCIA (2016)	LDCM	04
MATEMÁTICA - CONTEXTO & APLICAÇÕES	DANTE (2016)	LDXA	03
		TOTAL	14

[5] Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação - https://www.fnde.gov.br/.
[6] Sistema do Material Didático - https://www.fnde.gov.br/distribuicaosimadnet/filtroDistribuicao.
[7] Programa Nacional do Livro e do Material Didático - http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld.

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

Fonte: Ferreira (2021).

Desta forma, escolhemos analisar as coleções "Matemática, ciência e aplicações", "Contato Matemática" e "Matemática, contexto e aplicações" por, conforme o Quadro 2, serem as mais empregadas pelas escolas da cidade de Barreiras – BA no atual PNLD. Além disso, a partir de agora, tais livros serão referenciados neste trabalho por meio dos códigos estipulados também no quadro anterior, por uma questão de praticidade e objetividade.

Foram analisadas as tarefas dos livros didáticos presentes nos capítulos sobre função exponencial. Ratificamos que nos concentramos na análise das tarefas referentes, essencialmente, a este conteúdo, propostas para que os estudantes resolvessem. Descartamos, assim, questões resolvidas passo a passo no corpo do capítulo, bem como aquelas sobre conceitos que os livros trouxeram como revisão (propriedades de potenciação, radiciação e notação científica, por exemplo) antes de adentrar no assunto principal. Consideramos, dos tópicos de equações e inequações exponenciais, apenas as questões que envolviam funções.

Dito isto, tais tarefas foram classificadas em Exercícios, Problemas, Explorações, Investigações ou Projetos de acordo com as definições de Ponte (2005, 2010, 2014). Além disso, nos baseamos na TRRS de Duval (2012c, 2018) para fazer o levantamento dos tipos de operações (Tratamentos ou Conversões), das representações e sentidos de conversão (quando há) envolvidos em cada tarefa.

Importante ressaltar que o próprio Ponte (2005, 2010, 2014) reforça que um dos principais critérios de classificação das tarefas é capacidade e bagagem de conhecimentos do aluno, fator que influencia no grau de desafio que um dado item terá para ele. Como se trata de uma análise de livros didáticos, levamos em conta (além das tarefas propriamente ditas) a estrutura, a ordem e a forma como os livros apresentavam cada tarefa dado que, por exemplo, uma questão que exige a aplicação de uma determinada propriedade e que aparece logo após o livro exemplificar como usá-la, em uma situação muito parecida (como com apenas a mudança de alguns coeficientes, por exemplo), certamente terá seu grau de desafio reduzido.

Outro ponto importante é que toda conversão envolve tratamentos. Desse modo, consideraremos tratamentos apenas as tarefas que envolveram unicamente

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

esse tipo de transformação, pontuando a natureza desta (tratamento algébrico, tabular, gráfico, etc.).

Quanto às representações envolvidas, os tipos foram: algébrica, gráfica, tabular, simbólica (representação de intervalos contendo imagem e domínio da função, por exemplo), fracionária, decimal e língua natural. Os dados serão analisados a seguir de forma conjunta, porém ocorrerão comentários específicos de cada coleção pontuando limitações e virtudes.

4 Análise dos livros didáticos

Como dito à priori, achamos importante ressaltar algumas características sobre como o conceito de função exponencial é apresentado e discutido em cada livro, pois isso, definitivamente, influi na forma como são apresentas as tarefas.

O LDCM apresenta a definição algébrica de função exponencial por meio da expressão $f(x) = a^x, com\, a > 0\; e\; a \neq 1$ e, também, define as funções do tipo exponencial como $f(x) = ba^x + c$ com $a > 0$, $a \neq 1$ e $b \neq 0$. O livro LDCA opta por definir as funções exponenciais e do tipo exponencial da mesma maneira.

O livro LDXA, além de apresentar a mesma definição algébrica do LDCM para a função exponencial, indica e orienta o estudo da função do tipo exponencial a partir do GeoGebra no próprio tópico sobre o assunto. É dada uma sequência que guia o estudante no processo de estudar os coeficientes deste tipo de função por meio de controles deslizantes do software. Já o LDCA menciona o uso deste mesmo programa para o estudo de funções, porém apenas nas orientações didáticas no fim do manual do professor, acompanhado de propostas de intervenção e indicação de literatura (que auxilia no trabalho com esta e outras ferramentas em sala de aula). O livro LDCM também indica o GeoGebra em uma guia no final do livro chamada “Acessando Tecnologias”, na qual também instrui sobre como estudar os coeficientes de uma função por meio da variação de seus coeficientes, além de também evidenciar outros recursos.

Destacamos a importância cognitiva desses livros didáticos citarem e trabalharem com essas funções do tipo exponencial, visto que, apesar de não

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

manterem as mesmas propriedades da função exponencial (como a relação entre as progressões aritmética e geométrica associadas, respectivamente, ao domínio e imagem desta função), essas funções mantêm forte relação com seu comportamento. Elas são modelos de diversos fenômenos naturais (juros compostos e decaimento de temperatura, por exemplo) e a variação de seus coeficientes (responsável por translações, reflexões, expansões e compressões no plano cartesiano) favorecem a compreensão do assunto (Faria, Souza Junior e Cardoso, 2016).

Neste sentido, outro fator interessante é o ponto em comum entre os livros ao indicarem e empregarem o GeoGebra como uma ferramenta que permite o estudo destas variações, evidenciando a relação intrínseca, principalmente, entre as representações algébrica e gráfica desta função.

4.1 A natureza das tarefas e as representações semióticas envolvidas

Partindo, enfim, para o estudo das tarefas, começamos por apresentar os resultados da distribuição e classificação com base em sua estrutura (aberta ou fechada) e grau de desafio (reduzido ou elevado), baseando-nos em trabalhos de Ponte (2005, 2010, 2014) para, em seguida, analisar os resultados sob o norte da teoria dos registros de representação semiótica. No total, foram analisados 73 itens, sendo 29 do LDCM, 27 do LDXA e 17 do LDCA. Assim, obtemos os seguintes resultados apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Classificação percentual das tarefas por livros.

Tipos de tarefas	LDCM (%)	LDXA (%)	LDCA (%)	Os três livros juntos (%)
Exercício	48	52	41	48
Problema	52	48	59	52
Exploração	0	0	0	0
Investigação	0	0	0	0
Projeto	0	0	0	0

Fonte: Ferreira (2021).

Com base na Tabela 1, observamos que só foram detectadas tarefas de estrutura fechada, com a maioria das questões, considerando as três coleções juntas, sendo do tipo problemas. Apenas o livro LDXA obteve uma maioria de exercícios, com uma frequência de 52%. Nestes dois tipos de tarefas, torna-se claramente mencionado o que é dado e o que é pedido. São questões que, independentemente de estarem em um contexto de realidade, não instigam muitas conjecturas e inferências nos alunos (Ponte, 2003).

Os exercícios são tarefas que servem para praticar e "fixar" alguns conceitos (como a identificação e operação com as funções) e técnicas (como a construção dos gráficos) estudados logo antes de sua resolução (seguindo a ordem em que os livros didáticos apresentam seus conceitos e questões). Nos três livros, encontramos um grande número de tarefas com este caráter. Sabemos que é comum, por uma série de circunstâncias, não ser possível explorar e aplicar todas as tarefas propostas no material do aluno e, mesmo quando há a possibilidade de exploração total do livro, é sugerido que os professores selecionem cautelosamente os exercícios a serem aplicados. O objetivo é exercitar um dado conceito, sem que isto se torne uma atividade cansativa, repetitiva e desmotivadora.

Com relação aos problemas (52% das questões), este tipo de tarefa comporta um grau de desafio mais elevado quando comparado aos exercícios e, também, podem, ao contrário do que muitos pensam, ser apresentados em contexto de realidade ou puramente matemático. Um fator interessante é que, no livro LDXA, as tarefas em contexto puramente matemático e as em contexto da realidade (e semirrealidade) foram separadas, de modo que as últimas foram apresentadas em um tópico único, no final da seção, catalogadas por áreas de aplicação (química, biologia, etc.). É necessária atenção na hora de recomendar determinados problemas aos alunos, dado que se forem demasiadamente difíceis também podem despertar frustração e desinteresse repentinos (Ponte, 2005).

A concentração massiva de tarefas na forma de exercícios e problemas revela e reforça a linha tênue existente entre os dois, além de levantar questionamentos interessantes acerca do nível de complexidade que deve ser exigido do estudante na resolução de uma questão e do momento certo para tal. Desta forma, o planejamento do professor deve também contemplar uma diversificação dos tipos de tarefa, necessária para atender a objetivos específicos de forma linear e coerente (Ponte, 2005; 2014).

Falando em diversificação dos tipos de tarefas, chegamos àquelas com estrutura aberta, divididas entre as de exploração e investigação. Assim como Junkerfeurbom e Klüber (2017), ao analisar as tarefas de 10 livros de 8º ano aprovados na PNLD de 2014, e Cunha (2020), ao avaliar quatro livros de uma mesma coleção (6º, 7º, 8º e 9º anos) aprovados no PNLD de 2017 (com foco nas questões sobre grandezas e medidas), também verificamos uma carência grande de explorações e investigações dado que não identificamos nenhuma tarefa desses dois tipos.

A ausência de tarefas desta natureza representa uma situação de alerta do pondo de vista epistemológico dado que, diferente dos exercícios e problemas, a resolução de uma tarefa investigativa envolve uma situação aberta que delega ao aluno o desafio de concretizar os vários modos de partida (interpretação, conjecturarão, resolução, etc.), trazendo como benefício o desenvolvimento de sua autonomia em termos de aprendizagem (Ponte, 2003).

Ratificamos que, tal como Junkerfeurbom e Klüber (2017), também nos deparamos com questões que não possuíam estrutura aberta, mas que tinham potencial para tal, com algumas modificações. Em muitos problemas é possível inserir hipóteses, deixar aberta a estrutura do enunciado, induzir que o estudante relacione possíveis respostas e verifique a que melhor satisfaz o que se pede, bem como analisar certas regularidades (Ponte, Branco e Quaresma, 2011).

Com relação à TRRS de Duval (2012a, 2012c, 2018), analisamos cada tarefa e identificamos as representações envolvidas, os tipos de operação (tratamento ou conversão) e, em caso de conversão, os sentidos de transição. A Tabela 2 apresenta o resultado das representações mais exigidas registradas nos três livros didáticos.

Tabela 2 – Registro das representações por frequência (%) de uso nos três livros didáticos

Algébrica (%)	**Língua Natural (%)**	**Gráfica (%)**	**Tabular (%)**	**Simbólica (%)**	**Decimal (%)**	**Fracionári a (%)**
49	17	13	9	7	4	1

Fonte: Ferreira (2021).

Percebemos, então, uma prevalência massiva da representação algébrica que também foi, em escalas parecidas, identificada na análise individual dos livros. Uma primeira e imediata justificativa é atribuída ao conteúdo abordado ser o de funções, histórica e habitualmente muito associado a este tipo de representação. Porém, retomamos o conceito de "paradoxo cognitivo" enunciado por Duval (2018) para relembrar os perigos vinculados a uma associação muito estreita entre um objeto matemático e uma representação específica, com foco ao risco de o estudante confundi-los e não reconhecer ou saber lidar com o mesmo conteúdo apresentado em outros registros.

O segundo lugar atribuído à representação em língua natural se justifica pelo grande número de questões dadas em contexto de realidade e semirrealidade. A representação gráfica também é muito associada ao estudo de funções. Contudo, diferente do que se costuma observar no tratamento com as funções afim e quadrática, aqui esta representação não foi tão requisitada quanto as anteriores, dada a menor frequência.

Notamos que, nos livros, a função exponencial é fortemente vinculada às suas aplicações, possuindo seções, tarefas e/ou momentos específicos para sua discussão ao longo dos capítulos. Percebemos também que a representação gráfica é anexa às tarefas de fixação (exercícios) e à sub-perguntas de outras tarefas em contexto de realidade e semirealidade, em que solicitava-se, ao final em alguns casos, o esboço do gráfico do fenômeno em questão. A Tabela 3 nos permite interpretações mais aprofundadas.

Tabela 3 – Distribuição percentual dos tipos de operações entre representações empregados nos três livros didáticos.

Tratamento (%)	Conversão (%)
38	62

Fonte: Ferreira (2021).

A partir destes últimos dados, observamos um resultado do ponto de vista da aprendizagem, dado que a conversão é uma transformação essencial no processo de

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

análise e avaliação de desempenho (na perspectiva do professor) e na própria internalização e conceitualização de um dado assunto (na perspectiva do aluno), por conta da diversidade dos registros de representação que engloba (Duval, 2012c).

Os tratamentos também possuem sua relevância, considerando que todo processo de conversão exige múltiplos tratamentos. Falando especificamente das tarefas que envolveram apenas transformações internas, destacamos os tratamentos algébricos que aqui foram recorrentes (26 questões), principalmente em exercícios que solicitavam, por exemplo, o encontro da imagem de um valor real do domínio dada à forma algébrica da exponencial, conforme podemos apurar na Tabela 4.

Tabela 4 – Distribuição absoluta das tarefas na forma de tratamentos dos três livros.

TRATAMENTO TABULAR	TRATAMENTO FRACIONÁRIO	TRATAMENTO DECIMAL	TRATAMENTO ALGÉBRICO
1	1	2	26

Fonte: Ferreira (2021).

A maioria de tarefas com conversões também foi registrada na análise individual dos três manuais e uma das justificativas mais fortes para tal também é o objeto em questão. As funções são fontes riquíssimas para exploração de transição entre registros. No entanto, mesmo quando há, outros aspectos devem ser levados em conta, principalmente quando se trata da relação entre as representações algébrica e gráfica, para as quais Duval (2012a) destaca três abordagens possíveis, de acordo com o Quadro 3:

Quadro 3 – Abordagens para a relação entre as representações algébrica e gráfica de uma função

ABORDAGENS	DESCRIÇÃO
A abordagem ponto a ponto	É por meio desta abordagem que são introduzidas e definidas as representações gráficas. Em referência aos dois eixos graduados, um par de números permite identificar um ponto (e, inversamente, um ponto se traduz por um par de números). Este modo associativo limita-se a alguns valores particulares e aos pontos marcados no plano referencial.
Abordagem de extensão do traçado efetuado	De modo geral, esta abordagem de extensão se mantém puramente mental [...] não se atém mais sobre um conjunto finito de pontos marcados (a intersecção das linhas em papel milimetrado, por exemplo) como no caso da abordagem ponto a ponto; esta extensão se apoia em um conjunto infinito de pontos potenciais, quer dizer, no fundo homogêneo da folha, nos intervalos entre pontos marcados.

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

Abordagem de interpretação global de propriedades figurais	O conjunto traçado/eixos forma uma imagem que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica. Toda modificação desta imagem, que leva a uma modificação na expressão algébrica correspondente, determina uma variável visual pertinente para a interpretação gráfica. [...] Com esta abordagem não estamos mais na presença da associação "um ponto – um par de números", mas na presença da associação "variável visual de representação – unidade significativa da expressão algébrica". (p.98-99)

Fonte: Duval (2012a, p. 98 – 99).

O autor pontua, ainda, ser importante no trabalho com as funções que seja cobrado do aluno não apenas a conversão de uma função de sua representação algébrica para a gráfica, mas, principalmente, no sentido inverso, que, por sua vez, exigirá a dita abordagem de interpretação global, envolvendo a relação de congruência entre as unidades significantes de ambas as representações, nas quais a abordagem ponto a ponto bem como a técnica de codificação (na qual o aluno aplica procedimentos mecânicos e preconcebidos) não serão mais suficientes. No que diz respeito aos sentidos das conversões, apresentamos a Tabela 5.

Tabela 5 – Distribuição absoluta dos sentidos de conversão registrados nas tarefas

	LDCM	LDXA	LDCA
Algébrico → Gráfico	**4**	**2**	**4**
Algébrico → Simbólico	**2**	**2**	**0**
Algébrico → Lín. Natural	**3**	**2**	**0**
Algébrico → Decimal	**1**	**1**	**0**
Gráfico → Algébrico	**1**	**2**	**2**
Gráfico → Simbólico	**1**	**1**	**3**
Tabular → Algébrico	**1**	**2**	**0**
Tabular → Gráfico	**0**	**1**	**0**
Lín. Natural → Algébrico	**8**	**3**	**5**
Lín. Natural → Gráfico	**0**	**0**	**1**
Lín. Natural → Tabular	**2**	**1**	**5**
Lín. Natural → Simbólico	**1**	**0**	**0**
Lín. Natural → Decimal	**2**	**0**	**0**

Fonte: Ferreira (2021).

É importante ressaltar que o número de tratamentos e conversões não são complementares com relação ao número de questões, dado que foram verificadas

UNO Universidade Comunitária da Região de Chapecó | PPGE Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Educação

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

tarefas que envolviam mais de um tipo de conversão. Omitimos as conversões que não foram identificadas em nenhum dos três livros (Gráfico → Tabular, por exemplo), destacamos com a mesma cor os sentidos inversos de uma mesma conversão e mantivemos em branco aquelas que só foram identificadas em um único sentido em ao menos um dos três manuais.

Ginez (2020), ao analisar como são propostas a mobilização e a coordenação de diferentes Registros de Representação Semiótica da função exponencial nos Caderno do Professor e no livro didático *Matemática - Ciências e Aplicação*, de Iezzi et al. (2016) do 1º ano, reforça que tarefas que envolvem conversões não congruentes (em ambos os sentidos) precisam ser aplicadas com mais frequência, dado que são essenciais para o desenvolvimento de habilidades e competências que são adquiridas com atividades mais complexas.

No que diz respeito à relação entre as representações algébrica e gráfica mencionada por Duval (2012a), percebemos que ambos os sentidos de conversão foram contemplados em todos os livros. No entanto, fato é que a orientação Gráfica → Algébrica foi menos recorrente, sendo ela justamente a que faz surgir os problemas relacionados à aprendizagem e que permite ao professor identificar/solucionar o paradoxo cognitivo.

Observamos também muitas conversões no sentido Língua Natural → Algébrica. Isso ocorre basicamente em decorrência do grande número de tarefas em contexto de realidade e semirrealidade que, ao apresentar as informações de um determinado fenômeno com comportamento exponencial (estado inicial, condição de crescimento/decrescimento, etc.), exigiam do estudante a obtenção de uma lei algébrica que melhor o descrevesse. Percebemos também uma incidência bem inferior da orientação Algébrica → Língua Natural requisitada, principalmente, em exercícios que, ao apresentar a forma algébrica da exponencial, solicitavam sua classificação em “crescente” ou “decrescente”.

Por fim, temos as orientações Tabular → Gráfica e Tabular → Algébrica, que foram identificadas com pouca frequência. Na perspectiva da TRRS, dos tipos de tarefa com base em Ponte (2005) e com auxílio de softwares, como o GeoGebra, são sentidos de conversão importantes que podem ser empregados por intermédio de atividades que envolvam tarefas exploratórias/investigativas. Um objetivo poderia ser

UNO Universidade Comunitária da Região de Chapecó | PPGE Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Educação

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

exigir dos estudantes a modelação do comportamento de um determinado fenômeno natural por meio da coleta de dados reais (como a temperatura de um dado líquido inicialmente quente em função do tempo), organizados por pares reais tabulados. O software possui recursos funcionais, como a análise bivariada e controles deslizantes, que permitem aos estudantes encontrarem tanto o gráfico quanto a lei algébrica que melhor descreva este comportamento, a partir de uma sequência didática que, se bem mediada pelo professor, pode ser epistemologicamente relevante e produtiva.

4.2 Discutindo algumas tarefas

Nesta seção, discutiremos algumas tarefas com base em sua natureza e nas representações semióticas envolvidas. Como só identificamos dois tipos de tarefas (problemas e exercícios), apresentaremos três exemplos de tarefas para cada tipo identificado, sendo uma questão de cada livro. Começando pelos exercícios, vamos analisar o Quadro 4.

Quadro 4 – Alguns exercícios dos três livros didáticos

17 Construa os gráficos das funções exponenciais definidas pelas leis seguintes, destacando seu conjunto imagem: **a)** $f(x) = 4^x$ **b)** $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ **c)** $f(x) = \frac{1}{4} \cdot 2^x$ **d)** $f(x) = 3 \cdot 2^{-x}$	LDCA
28. Identifique as funções exponenciais. a; d; f a) $f(x)=(0,3)^{2x}$ c) $f(x)=1^{6x}$ e) $f(x)=(-4)^x$ b) $f(x)=2x^8$ d) $f(x)=\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{x}{7}}$ f) $f(x)=12^{\frac{2}{3}x}$	LDCM
35. f, g e h são funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dadas por $f(x) = 2 \cdot 3^x$, $g(x) = 5^x - 2$ e $h(x) = 5^{x-2}$. Determine: a) $f(2)$; $f(2) = 18$ e) $g(0)$; $g(0) = -1$ b) $g(2)$; $g(2) = 23$ f) $h(0)$; $h(0) = \frac{1}{25}$ c) $h(2)$; $h(2) = 1$ g) x tal que $h(x) = 125$; $x = 5$ d) $f(-1)$; $f(-1) = \frac{2}{3}$ h) x tal que $g(x) = 3$. $x = 1$	LDXA

Fonte: Dados da pesquisa.

Um fator em comum nestas três tarefas é o seu caráter de fixação e prática

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

pela repetição. São aplicadas imediatamente após os três livros discorrerem sobre as propriedades e técnicas cobradas.

A tarefa do livro LDCA envolve uma conversão congruente no sentido Algébrico → Gráfico. Tal congruência se justifica por esse sentido obedecer às correspondência, univocidade e ordem semântica, o que também está atrelado à resolução desta questão exigir apenas a abordagem ponto a ponto discorridas por Duval (2012a), diferente do que seria caso lidássemos com a orientação inversa.

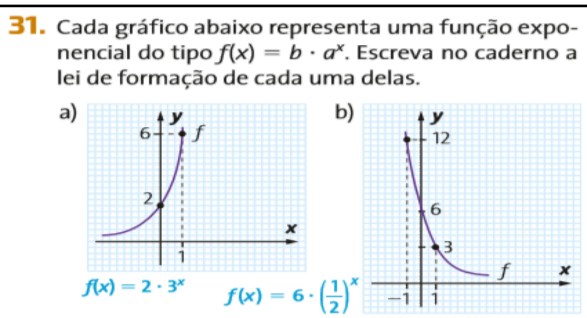
Desta forma, cobrar uma conversão em uma tarefa não garante que seu grau de desafio se eleve. Apesar de ser uma tarefa relevante, o esforço e o tempo necessários para sua resolução, caso o aluno já tenha compreendido o que lhe é cobrado, pode torná-la uma tarefa possivelmente trabalhosa (como geralmente tendem a ser as conversões), mas que pouco agrega.

Essa questão é a primeira após o livro exemplificar como se constrói um gráfico (abordagem ponto a ponto) e este é um assunto que sucede os de função afim e quadrática, nos quais os estudantes, provavelmente, também já aplicaram esse procedimento. Daí a importância do bom senso e planejamento do professor na hora de escolher as tarefas, uma vez que há outras que cobram a construção dos gráficos, mas que também exigem outras conversões e tratamentos.

As tarefas dos livros LDXA e LDCM exploram tratamentos algébricos que incitam o reconhecimento e capacidade de operação com esse tipo de função. Observamos que 64% dos tratamentos ocorreram na forma de exercícios, reforçando uma relação estreita entre este tipo de tarefa e esta transformação interna associada a objetivos didáticos de fixação e consolidação do conteúdo.

Apresentamos, no Quadro 5 a seguir, três problemas para análise.

Quadro 5 – Alguns problemas dos três livros didáticos.

<table>
<tr>
<td>
31. Cada gráfico abaixo representa uma função exponencial do tipo $f(x) = b \cdot a^x$. Escreva no caderno a lei de formação de cada uma delas.
</td>
<td>LDXA</td>
</tr>
</table>

UNO Universidade Comunitária da Região de Chapecó | PPGE Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Educação

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

35. Há uma lenda que credita a invenção do xadrez a um brâmane de uma corte indiana, que, atendendo a um pedido do rei, inventou o jogo para demonstrar o valor da inteligência. O rei, encantado com o invento, ofereceu ao brâmane a escolha de uma recompensa. De acordo com essa lenda, o inventor do jogo de xadrez pediu ao rei que a recompensa fosse paga em grãos de trigo da seguinte maneira: 1 grão para a casa 1 do tabuleiro, 2 grãos para a casa 2, 4 para a casa 3, 8 para a casa 4 e assim sucessivamente. Ou seja, a quantidade de grãos para cada casa do tabuleiro correspondia ao dobro da quantidade da casa imediatamente anterior.  artemisphoto/ Shutterstock.com O tabuleiro de xadrez possui casas alternadamente claras e escuras, sendo 32 de cada. As peças utilizadas para jogar também são claras e escuras, sendo 16 peças para cada jogador. O jogo de xadrez estimula o raciocínio lógico, entre outros benefícios. a) De acordo com a lenda, qual é a quantidade de grãos de trigo correspondente à casa 6 do tabuleiro? E à casa 10? 32 grãos de trigo; 512 grãos de trigo b) Escreva uma função *f* que expresse a quantidade de grãos de trigo em função do número *x* da casa do tabuleiro. $f(x) = 2^{x-1}$ c) Sabendo que o tabuleiro de xadrez possui 64 casas, qual o conjunto domínio da função *f*? $D(f) = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 1 \le x \le 64\}$ d) Escreva, na forma de potência, quantos grãos de trigo devem ser colocados na última casa do tabuleiro de xadrez. 2^{63}	LDCM
22 Grande parte dos brasileiros guarda suas reservas financeiras na caderneta de poupança. O rendimento líquido anual da caderneta de poupança gira em torno de 6%. Isso significa que, a cada ano, o saldo dessa poupança cresce 6% em relação ao saldo do ano anterior. **a)** Álvaro aplicou hoje R$ 2 000,00 na poupança. Faça uma tabela para representar, ano a ano, o saldo dessa poupança nos próximos cinco anos. **b)** Qual é a lei da função que relaciona o saldo (**s**), em reais, da poupança de Álvaro e o número de anos (**x**) transcorridos a partir de hoje (x = 0)? **c)** É possível que em 10 anos o saldo dessa poupança dobre? Use $1{,}06^{10} \simeq 1{,}8$.	LDCA

Fonte: Dados da pesquisa.

O problema do livro LDXA exige uma mudança de registro da representação gráfica para a algébrica. É uma conversão não congruente dado que o critério da correspondência semântica não é satisfeito, tendo em vista que as unidades significantes “6” e “12” dos gráficos dos itens a e b, respectivamente, não são transparecidas na representação algébrica final. Aqui, o aluno, por meio de uma interpretação global (Duval, 2012a), deverá relacionar as informações do gráfico e o formato do modelo dado no enunciado da questão para ter sucesso, podendo fazer uso de um sistema de equações, por exemplo.

A tarefa do livro LDCM é apresentada em língua natural a partir da qual o aluno deverá fazer múltiplas transformações internas e externas. No item a, exige-se um tratamento com base nas informações do enunciado. O item b solicita uma transformação no sentido Língua Natural → Algébrico, que se apresenta como uma conversão não congruente por essa transição exigir certas interpretações e manipulações para que, por meio de uma recorrência, o aluno chegue na expressão correta.

Para chegar ao $x - 1$ do expoente da função é necessário interpretar $1 = 2^0$ como a primeira recompensa, para ficar claro que na sequência (r_x): $r_1 = 2^0$;$r_2 = 2^1$; $r_3 = 2^2$;...;$r_x = 2^{x-1}$ existe essa relação entre imagem e domínio. O item c solicita uma conversão não congruente no sentido Algébrico → Simbólico, pois não existe correspondência semântica entre as unidades significantes da expressão algébrica com os símbolos $\in, N^*, |, \leq$ e $\geq$, o que requer muito da interpretação e conceitualização do aluno sobre o assunto. O item d recai sobre um tratamento algébrico com base nos resultados anteriores.

Mais uma reflexão cabe a essa última questão. O problema é apresentado de modo que tanto a imagem quanto o domínio da função devem ser inteiros positivos. O conceito de função perpassa por suas múltiplas representações, dentre elas a gráfica. Uma vez dada a expressão algébrica que descreve este fenômeno (as recompensas em função das casas do xadrez), somos levados a pensar no gráfico desta função dado por uma curva contínua que possui intervalos reais, como $(1, 2)$, em sua imagem que não se relaciona (levando em conta a situação real dada) com nenhum elemento do domínio. Reforçamos, então, a importância do olhar crítico do professor sobre o livro didático na perspectiva de sempre resolver previamente todas as tarefas atribuídas aos estudantes como forma de prever possíveis dúvidas e questionamentos dos mesmos.

A tarefa do livro LDCA exige duas conversões. A primeira é no sentido Língua natural → Tabular. Uma das formas, inclusive recomendada pelo manual do professor, para construção da tabela na letra a é fazer: $1º\ ano: 2000 + 0,06 \times 2000 = 2120;\ 2º\ ano: 2120 + 0,06 \times 2120 = 2247,20...$ Buscando estabelecer uma correspondência $(\sim)$ entre as unidades significantes de ambas as representações, temos: $"a\ cada\ ano" \sim "xº\ ano"$; $"o\ saldo\ dessa\ poupança" \sim "2000, 2120, ..."$; $"cresce" \sim " + "$; $"6\%" \sim "0,06"$; $"em\ relação" \sim "\times"$; $"ao\ saldo\ do\ ano\ anterior" \sim "2000, 2120, ..."$.

Percebemos que houve a necessidade de algumas modificações, uniões e

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

interpretações de signos para fazer acontecer a correspondência, como 6 e $\%$ se tornarem $0,06$ e em e $relação$ se tornarem $\times$. Essas transformações necessárias para tornar as duas sequências comparáveis justificam a falta de congruência desta conversão, posto que que não temos uma univocidade semântica (Duval, 2012b, 2012c).

O item b também exige uma transformação no sentido Língua natural → Algébrico cujo resultado final é $s(x) = 2000\times1,06^x$ sendo $s(x)$ o saldo no ano x. Tal expressão pode ser encontrada por meio de um processo de fatoração e análise por recorrência do processo anterior, empregado para construir os termos da tabela: $1º\ ano: 2000\times1,06$; $2º\ ano: 2000\times1,06 + 2000\times1,06\times0,06 = 2000\times1,06^2$; ...; $xº\ ano: 2000\times1,06^x$. Tal como no caso anterior, aqui também foi necessária uma série de transformações para se chegar ao registro final. Dentre elas, a interpretação e a mudança de $0,06$ para $1,06$. Isso justifica a não congruência desta conversão. O último item exige apenas um tratamento algébrico sobre a expressão encontrada no item anterior.

Considerações finais

Esta pesquisa surgiu com o objetivo de investigar as tarefas matemáticas dos capítulos sobre função exponencial de três livros didáticos do 1º ano do Ensino Médio de coleções distintas selecionados no atual PNLD (2016 – 2020) por escolas públicas da cidade de Barreiras – BA. Para realizar tal análise nos baseamos na classificação de tarefas de Ponte (2005) e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2017).

Constatamos a predominância de tarefas com estrutura fechada sendo a maioria de problemas. As três coleções, em especial a LDXA, dão muita ênfase aos exercícios de fixação e repetição, ao mesmo tempo em que apostam, em especial LDCA e LDCM, em problemas que exigem certo grau de abstração e interpretação. Ambos os casos são importantes e válidos dentro de sala de aula, mas o professor deve estar atento ao tipo de questão adequada a objetivos específicos que levem em conta as capacidades e limitações de seus alunos, de modo a não tornar a aula e as

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

atividades gerais (sejam elas presenciais ou não) pouco desafiadoras (no excesso de exercícios) e/ou muito difíceis e desestimulantes (na proposição de problemas para os quais os estudantes não tenham ferramentas mínimas suficientes para resolução).

A ausência de tarefas de estrutura aberta é certamente uma das constatações mais importantes desta pesquisa e traz como reflexão imediata a necessidade de o professor não restringir seu trabalho ao livro didático, fazendo deste um importante, mas não único aporte. Investigações e explorações são importantes e válidas, por exemplo, para a iniciação do conteúdo. Por mais que os livros tenham trazido nas introduções dos capítulos algumas situações que visavam ter esse caráter especulativo e exploratório, essas situações são muito breves ou possuem estruturas fechadas.

O professor pode, nesse caso, elaborar tarefas com vistas de fato a evocar experiências investigativas que instiguem inferências, comparações e conjecturas. Como a função exponencial é um assunto posterior às funções afim e quadrática, seria interessante, previamente, propor que os alunos encontrem um modelo para um fenômeno com comportamento exponencial que os faria descobrir a impossibilidade de fazer isso com as expressões do 1º e 2º grau. Esta análise de regressão poderia ser feita com auxílio de softwares como o GeoGebra, uma forma de dinamizar a aula e dar à classe a oportunidade de ter uma experiência similar à que tiveram aqueles que de fato fizeram estas descobertas.

Observamos uma distribuição desproporcional entre as representações semióticas envolvidas nas tarefas, com a grande maioria privilegiando a algébrica, seguida das que estão em língua natural e gráfica (em menor escala). Apesar da maior parte das transformações serem conversões, recomendamos, assim como Ginez (2020), que o professor, mesmo que o livro didático não o faça, opte por propor as tarefas no que concerne aos registros envolvidos de forma gradativa, seguindo o princípio de abordagem que comece por tratamentos simples (o que equivale à exercícios de fixação), passe à conversões congruentes (que podem ser problemas mais elaborados) e se estenda até as não congruentes (tarefas de estruturas aberta ou fechada com maior grau de desafio).

Tarefas exploratórias são mecanismos convenientes para o professor estimular gradativamente as competências que o conteúdo de funções demanda fazendo uso

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

de tratamentos e conversões nos momentos devidos. Ao objetivar que os alunos compreendam a relação entre os coeficientes algébricos e o gráfico de uma função do tipo exponencial, tarefas envolvendo o GeoGebra podem ser eficazes. Para solidificar o trabalho com as imagens desta função, os exercícios são interessantes também.

Notamos pertinência na análise das tarefas por meio da conjunção de sua natureza (Ponte, 2005) e de suas representações (Duval, 2012c). Levando em conta o fator pedagógico, a classificação das tarefas, com base em sua estrutura e seu grau de desafio, é parcial aos alunos, com os quais se trabalha de modo que um dos principais fatores que distingue um problema de um exercício ou uma investigação de uma exploração é a capacidade e a bagagem epistemológica de cada estudante frente a esta tarefa.

Propomo-nos fazer este levantamento de forma imparcial, mas levamos em conta a estrutura e a forma com que os livros apresentavam o conteúdo, bem como as representações semióticas envolvidas para embasar a classificação. De forma geral, o professor não pode ficar alheio às necessidades e capacidades individuais de sua classe e, por mais que o sistema o obrigue a padronizar seu trabalho para o atendimento de uma grande demanda, é importante a sondagem e a análise da turma para que, mesmo coletivamente, suas tarefas sejam adequadas.

Já a análise dos registros de representação, apesar de também levarem em conta as capacidades e limitações dos estudantes, são mais imparciais a eles (no sentido de não levarem em conta essas características) de modo que uma conversão que for incongruente para um aluno com dificuldades continuará incongruente para um que consiga realizar com facilidade. O que se distingue aqui é a análise que o professor fará sobre as duas produções. Certamente o aluno que teve sucesso nesta tarefa chegou a níveis de abstração e conceitualização constatados com um grau de certeza maior do que se poderia ter em caso de êxito apenas em tratamentos simples ou conversões congruentes.

Nessa direção, recomendados os fundamentos da teoria dos registros de representação semiótica como uma excelente ferramenta para seleção de tarefas destinadas às avaliações e aos demais tipos de atividades, de modo que o processo

REVISTA PEDAGÓGICA
Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unochapecó
ISSN 1984-1566 (on-line)

avaliativo realizado pelo professor leve em conta o fenômeno da congruência. É uma forma de fazer caminhar juntos os aspectos qualitativos e quantitativos inerentes e necessários em nosso sistema de ensino.

Indicamos como forma de extensão e continuidade do que foi discutido nesta pesquisa trabalhos que se proponham analisar as tarefas de outras coleções tanto sobre os capítulos de função exponencial como também sobre outros objetos matemáticos. Tais pesquisas são relevantes pela natureza hierárquica da Matemática, em que um trabalho bem desenvolvido (aqui em termos da natureza e das representações envolvidas nas tarefas sobre função exponencial dos livros didáticos) com um determinado conteúdo base (como as propriedades de potências e radiciações), acarreta em um bom aproveitamento em estudos subsequentes.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **SAEB**. Brasília: INEP, 2019.

CARDOZO, Dionei; POSSAMAI, Janaína Poffo. The Dimensions of Making Sense: the understanding of exponential functions from an investigative activity. **Acta Scientiae**, [S.L.], v. 21, n. 4, p. 2-19, set. 2019.

CUNHA, Daniel Maués da. **Grandezas e Medidas no ensino fundamental:** uma análise da literatura e de livros didáticos. 2020. 134 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Oeste da Bahia, Barreiras, 2020.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e o funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Ancântara. Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. São Paulo: **Papirus**, 2017, p. 11-34.

DUVAL, Raymond; MORETTI, Trad. Méricles Thadeu. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, v. 6, n. 2, p. 96-112, maio 2012a.

DUVAL, Raymond; MORETTI, Trad. Méricles Thadeu. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, v. 7, n. 1, p. 97-117, jul. 2012b.

DUVAL, Raymond; MORETTI, Trad. Méricles Thadeu. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, [S.L.], v. 7, n. 2, p. 266-297, dez. 2012c.

DUVAL, Raymond; MORETTTI, Méricles Thadeu. Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática? **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 13, n. 2, p. 1-27, dez. 2018.

FARIA, Taís Aparecida; SOUZA JÚNIOR, José Carlos de; CARDOSO, Andréa. Matemática Dinâmica para compreender a função exponencial. Sigmae, Alfenas, v. 5, n. 1, p. 1-11, dez. 2016.

FERREIRA, Rodrigo dos Santos. **Função exponencial e GeoGebra**: um estudo sobre abordagens e tarefas para o ensino médio. 2021. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Oeste da Bahia, Barreiras, 2021.

FERREIRA, Rodrigo dos Santos; PEREIRA DA COSTA, André. Função exponencial e GeoGebra: o que vem sendo discutido na literatura brasileira? **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 10, p. 108-128, jan./dez. 2021.

FERREIRA, Rodrigo dos Santos; PEREIRA DA COSTA, André. Exponential Function: a proposal for mathematical tasks. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 8, n. 14, p. 1–26, 2024. DOI: 10.46551/emd.v8n14a01. Disponível em: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/7438. Acesso em: 12 nov. 2024.

GIL, Antônio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GINEZ, Patricia Costa. **Fenômeno de congruência e não congruência sobre a função exponencial em materiais didáticos**. 2020. 107 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2020.

GOLDONI, Elizangela K. S. Matemática aplicada ao estudo da área ocupada pelo crescimento de micro-organismos como ferramenta para o ensino da função exponencial. **Revista Professor de Matemática On Line**, v. 7, n. 02, p. 166-174, nov. 2019.

JUNKERFEURBOM, Maiara Aline; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Tipos de tarefas de investigação matemática em livros didáticos do 8º ano**. Encontro Paranaense de Educação Matemática, Cascavel, v. 1, n. 1, p. 1-15, set. 2020.

LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

MORAES, César Augusto Do Prado; DEMARTINI, Zélia de Brito Fabri. A Concepção da Avaliação Escolar em Matemática a partir dos desenhos de alunos. **Revista Pedagógica** (Unochapecó. Online), v. 17, p. 196-216, dez. 2015.

MORETTI, Méricles Thadeu. O papel dos registros de representação semiótica na aprendizagem em matemática. **Contrapontos**, Itajaí, v. 2, n. 3, p. 343-362, dez. 2002.

PONTE, João Pedro da. Exercícios, problemas e explorações: perspetivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, Lisboa, v. 24, n. , p. 11-134, dez. 2015.

PONTE, João Pedro da. Explorar e Investigar em Matemática: uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem. **Unión -** Revista Iberoamericana de Educación Matemática, Lisboa, v. , n 21 , p. 13-30, mar. 2010.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. **O Professor e O Desenvolvimento Curricular**, Lisboa, v. , n. , p. 11-34, jan. 2005.

PONTE, João Pedro da. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, Lisboa, v. 2, n. 1, p. 1-75, jan. 2003.

PONTE, João Pedro da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, João Pedro da (org.). Práticas Profissionais dos Professores de Matemática. **Lisboa**: Fct, 2014, p. 13-30.

SILVA, Wendel Oliveira. Kit Virtual de Apoio: uma proposta para o ensino de gráficos de funções. **Colbeduca**, Joinville, v. , n. , p. 594-606, set. 2016.

SOUSA, Emerson Silva de; VIALI, Lorí; RAMOS, Maurivan Güntzel. Construção e análise de modelos exponenciais de forma significativa: uma experiência de ensino em sala de aula. **Revista Exitus**, v. 7, n. 2, p. 55-75, abr. 2017.

Submetido em: 16-02-2024

Aprovado em: 04-11-2024

Publicado em: 21-11-2024

© 2024 Programa de Pós-Graduação em Educação da Universitária Comunitária da Região de Chapecó – Unochapecó
Este é um artigo de acesso aberto distribuído nos termos de licença Creative Commons.